

## **INTRODUCERE ÎN PROGRAMAREA MATLAB**



### **1. Obiective**

Lucrarea are ca scop însușirea modului de lucru cu produsul program Matlab pentru calcul numeric, utilizând funcții matematice uzuale.



### **2. Noțiuni teoretice**

Matlab este un pachet de programe care lucrează cu un singur tip de obiecte – matrice numerice rectangulare, cu elemente complexe sau reale. Numerele scalare sunt asimilate cu o matrice cu o linie și o coloană, iar vectorii sunt considerați matrice cu o linie ( $1 \times n$ ) sau cu o coloană ( $n \times 1$ ).

Definirea matricelor, în Matlab se face prin una din metodele:

1. Introducerea explicită a listei de elemente care trebuie să respecte următoarele reguli:
  - elementele unei linii se separă prin spațiu (blanc) sau virgulă (,)
  - liniile se separă prin punct și virgulă (;)
  - elementele matricei sunt cuprinse între paranteze drepte ( [ ] ).
2. Generarea matricelor prin instrucțiuni și funcții.
3. Crearea de fișiere Matlab (de tip *m*).
4. Încărcarea din fișiere de date externe.

Identificarea elementelor unei matrice (*A*) se realizează prin notația  $A(i,j)$  și semnifică elementul de la intersecția liniei *i* cu coloana *j*.

Produsul Matlab este un limbaj de expresii. Expresiile tipărite de utilizator (în *Command Window*) sunt interpretate și evaluate.

Instrucțiunile Matlab sunt de cele mai multe ori de forma:

*variabila = expresie*

sau mai simplu

*expresie*

Expresiile sunt formate din operatori, funcții, nume variabile, etc. Orice instrucțiune se termină în mod normal cu “Enter”.

Dacă ultimul caracter al unei linii de comandă este ; (punct și virgulă), instrucțiunea este executată dar tipărirea rezultatului este eliminată.

## 2.1. Funcții predefinite în Matlab

Funcțiile matematice uzuale întâlnite în programele Matlab sunt:

1. Funcția *putere de ordinul n*:  $a^n$ ,  
(Ridicarea numărului  $a$  la puterea  $n$ ,  $a^n$ ).
2. Funcția *putere de ordinul 2*:  $\text{pow2}(n)$ ,  
(Calculează valoarea numărului 2 la puterea  $n$ ,  $2^n$ ).
3. Funcția *exponențială*:  $\text{exp}(x)$ , (Calculează exponențiala,  $e^x$ ).
4. Funcția *logaritm*:  $\text{log}(x)$ , (Calculează logaritmul natural,  $\ln(x)$ ).  
 $\text{logn}(x)$ , (Calculează logaritmul în baza  $n$  din  $x$ ,  
 $\log_n(x)$ )
5. Funcția *radical de ordinul 2*:  $\text{sqrt}(n)$ , (Calculează radical de ordin 2 din numărul  $n$ ).
6. Funcțiile *trigonometrice*:  $\text{sin}(x)$ ,  $\text{cos}(x)$ ,  $\text{tan}(x)$ ,  $\text{cot}(x)$ ,  $\text{asin}(x)$ ,  $\text{acos}(x)$ ,  $\text{atan}(x)$ ,  $\text{acot}(x)$  ș.a.
7. Funcția *factorial*:  $\text{factorial}(n)$ , (Calculează factorialul numărului  $n$ ).
8. Funcția *rest*:  $\text{rem}(x,y)$ , (Calculează restul împărțirii lui  $x$  la  $y$  element cu element).
9. Funcția *semn*:  $\text{sign}(x)$ , (Asociază fiecărui element al vectorului  $x$  elementele -1, 0, 1 astfel:  

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } x > 0 \\ 0 & \text{dacă } x = 0 \\ -1 & \text{dacă } x < 0 \end{cases} .$$
10. Funcția *mărimea unui matrice*:  $\text{size}(x)$ , (Determină mărimea fiecărei dimensiuni a matricei  $x$ , sub forma, [nr\_linii nr\_coloane]).
11. Funcția *dimensiunea maximă a unei matrice*:  $\text{length}(x)$ , (Determină mărimea celei mai mari dimensiuni a matricei  $x$ ).  
*Obs.* Dacă  $x$  este un vector funcția  $\text{length}(x)$  determină numărul de elemente al vectorului.
12. Funcția *suma*:  $\text{sum}(x)$ , (Calculează suma elementelor vectorului  $x$  (dacă  $x$  este un vector) sau determină un vector linie care conține suma elementelor de pe fiecare coloană (dacă  $x$  este o matrice)).
13. Funcțiile *maxim* și *minim*:  $\text{max}(A)$ ,  $\text{min}(A)$ , (Determină cel mai mare, respectiv cel mai mic element al vectorului  $A$  (dacă  $A$  este un vector)

sau determină un vector linie care conține cel mai mare, respectiv cel mai mic element de pe fiecare coloană (dacă  $A$  este o matrice)).

14. Funcția *valoarea absolută* sau *modulul*:  $\text{abs}(x)$ , (Calculează valoarea absolută a elementelor lui  $x$ , dacă elementele lui  $x$  sunt numere reale, sau calculează modulul elementelor lui  $x$ , dacă elementele lui  $x$  sunt numere complexe).

## 2.2. Constante Matlab

$\pi$  - 3.14159265358979 ( $\pi$ )

$\exp(1)$  = 2.71828182845905 ( $e$ )

$i$  - Unitate imaginară

$j$  - Unitate imaginară

$\text{Inf}$  - Infinit ( $\infty$ )

$\text{NaN}$  - Nu este număr

$\text{realmin}$  - Cel mai mic număr real ( $2.225073858507201 \cdot 10^{-308}$ )

$\text{realmax}$  - Cel mai mare număr real ( $1.797693134862316 \cdot 10^{308}$ ).

## 2.3. Caractere speciale

În Matlab se folosesc următoarele caractere speciale:

Caractere Matlab	Semnificație
:	Definește rangul elementelor tabloului
( )	Definirea argumentelor unei funcții sau prioritatea execuției operațiilor
[ ]	Definirea unui tablou
{ }	Definirea celulelor unui tablou
.	Punct zecimal sau câmp separator
...	Continuare instrucțiune pe o linie nouă
,	Separator al elementelor de pe aceeași linie a tabloului
;	Separator al elementelor de pe aceeași coloană a tabloului
%	Inserare linie de comentariu

## 2.4. Operații aritmetice

Pentru efectuarea operațiilor aritmetice se utilizează următoarele simboluri:

<i>Forma algebrică</i>	<i>Forma Matlab</i>	<i>Semnificație</i>
<b>a+b</b>	<b>a+b</b>	Adunarea matricelor
<b>a-b</b>	<b>a-b</b>	Scăderea matricelor
<b>a*b</b>	<b>a*b</b>	Înmulțirea matricelor
<b>a:b</b>	<b>a/b</b>	Împărțirea matricelor la dreapta
<b>b:a</b>	<b>b\a</b>	Împărțirea matricelor la stânga
<b>a<sup>b</sup></b>	<b>a^b</b>	Puterea matricei
<b>a<sup>T</sup></b>	<b>a'</b>	Transpusa matricei
<b>=</b>	<b>=</b>	Asignare
<b>,</b>	<b>.</b>	Punct zecimal
	<b>.*</b>	Înmulțirea tablourilor (element cu element)
	<b>./</b>	Împărțirea tablourilor la dreapta (element cu element)
	<b>.\</b>	Împărțirea tablourilor la stânga (element cu element)
	<b>.^</b>	Puterea unui tablou (element cu element)
	<b>.'</b>	Transpusa unui tablou (element cu element)

Expresiile aritmetice pot fi evaluate și rezultatul memorat în variabilele specificate.

O valoare introdusă fără a fi denumită este atribuită variabilei *ans* (answer - răspuns) care memorează valoarea ultimei variabile căreia nu i s-a atribuit un nume.

Ordinea efectuării operațiilor aritmetice este cea cunoscută din matematică. Schimbarea acestei ordini operațiilor se face cu ajutorul parantezelor ().

Limitele calculelor efectuate cu Matlab sunt cuprinse în domeniul definit de funcțiile “realmin” ( $2.2251 \cdot 10^{-308}$ ), respectiv “realmax” ( $1.7977 \cdot 10^{308}$ ). Pentru rezultate mai mari decât limita maximă, Matlab răspunde cu *Inf*, iar pentru rezultate mai mici decât limita minimă se înregistrează 0 (zero).

## 2.5. Operații aritmetice cu tablouri

Operațiile cu tablouri sunt operații aritmetice între elementele situate în aceeași poziție a tablourilor (operații element cu element).

Pentru a preciza că operațiile de *înmulțire*, *împărțire* și *ridicare la putere* se efectuează element cu element între componentele a două tablouri, de aceeași dimensiuni, se utilizează operatorii corespunzători precedați de punct (\* înmulțire; ./ împărțire la dreapta; \ împărțire la stânga; .^ ridicare la putere).

Exemplificând pentru două matrice  $A$  și  $B$ ,  $A = [2, 5, 6]$ ;  $B = [4, 3, 2]$ :

*Adunare:*  $A+B = [6, 8, 8]$

*Înmulțire:*  $A.*B = [8, 15, 12]$

*Înmulțire cu un scalar* (pentru un scalar  $p=2$ ):

$A.*p = [4, 10, 12]$  sau  $A*p = [4, 10, 12]$ .

*Împărțire la dreapta:*

$A./B = [0.5000, 1.6667, 3.0000]$

$A./p = [1, 2.5, 3]$  sau  $A/p = [1, 2.5, 3]$

$p./A = [1, 0.4, 0.3333]$

*Împărțire la stânga:*

$A.\ B = [2, 0.6, 0.3333] = B. / A$

*Ridicare la putere:*

Instrucțiunea  $X.^Y$  reprezintă ridicarea fiecărui element din tabloul  $X$  la puterea indicată de valoarea elementului din aceeași poziție a tabloului  $Y$ .

$A.^B = [16, 125, 36]$ ;  $A.^p = [4, 25, 36]$ .

*Transpunerea tablourilor:*

$$A' = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

## 2.6. Operații aritmetice cu vectori

Produsul scalar a doi vectori de aceeași dimensiune se calculează în Matlab cu instrucțiunea  $dot(a,b)$  și reprezintă un scalar egal cu suma

produselor corespunzătoare aceluiași poziții ( $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^n a(i) \cdot b(i)$ ).

*Exemplu:*  $a = [1, 2, 3]$ ;  $b = [4, 5, 6]$ ;

produsul scalar:  $dot(a,b)=32$ ,

Produsul vectorial a doi vectori de aceeași dimensiune se calculează cu instrucțiunea  $cross(a,b)$  și reprezintă un vector care determină produsul vectorial ( $\vec{a} \times \vec{b}$ ).

*Exemplu:*  $a = [1, 2, 3]$ ;  $b = [4, 5, 6]$ ;  
 $cross(a,b) = [-3, 6, -3]$ .

## 2.7. Operații aritmetice cu matrice

Operațiile uzuale de algebră liniară cu matrice sunt simbolizate cu semnele grafice prezentate (\*, /, \, ^, ', +, -) și se efectuează după regulile cunoscute din calculul matriceal.

*Exemple:*

$$\text{Fie, } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Rezultă:

$$A + B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}; A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ -4 & -4 \end{bmatrix};$$

$$A + p = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ unde } p=2 \text{ (scalar).}$$

*Înmulțirea matricelor* se simbolizează cu operatorul \* și se calculează după regulile cunoscute:

$$Z = A * B, \text{ unde: } z(i, j) = \sum a(i, k) \cdot b(k, j)$$

$$A * B = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}.$$

*Împărțirea la dreapta:*  $A/B$  identică cu  $A * B^{-1}$

$$A/B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

*Împărțirea la stânga:*  $A \setminus B$  identică cu  $A^{-1} * B$

$$A \setminus B = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

*Ridicare la putere:*  $A^p$  are sens doar dacă  $A$  este matrice pătrată și  $p$  este un scalar ( $A^p = \underbrace{A * A * \dots * A}_{p \text{ ori}}$ ).

$$A^3 = \begin{bmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{bmatrix}.$$

*Transpunerea matricelor:*  $A'$ , prin care se schimbă între ele liniile și coloanele matricei  $A$ .

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$



### 3. Probleme de rezolvat

3.1. Să se definească în Matlab, direct în fereastra de comandă și prin intermediul unui fișier Matlab, următoarele matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

3.2. Să se calculeze următoarele expresii prin crearea unui program cu editorul Matlab și/sau scriind instrucțiunile în fereastra de comandă:

- a)  $C = A - B$ ;  $D = A \times B$ ;
- b)  $E = A - p$  și  $F = p - A$ , pentru  $p=5$ ;
- c) Determinantul matricei  $F$  ( $\det(F)$ );
- d)  $G = A \times p$ ;  $H = p \times B$ .
- e) Transpusa matricei  $A$  ( $A'$ ) și  $A^2$ ;

3.3. Să se calculeze următoarele expresii prin crearea unui program cu editorul Matlab și/sau scriind instrucțiunile în fereastra de comandă]:

- 1)  $\frac{\sin(3) + \sin(4) + \sin(5)}{\cos(3) + \cos(4) + \cos(5)} = 1.157821$
- 2)  $\left(\frac{1}{1+\sqrt{3}} - 2\right) \cdot \left(\sqrt{3} + \frac{1}{1-\sqrt{3}} + 3\right)^{-1} = -0.485431$
- 3)  $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right)^{-2} + \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^{-2} = 0.037778$

$$4) \ln(\sqrt{90}) + \ln(\sqrt{2} + 2 + \sqrt[3]{10}) = 3.967057$$

$$5) \frac{6! + e^3 - \sqrt[5]{20}}{4! - \ln(20) + \pi + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}} = 30.17798$$

$$6) \operatorname{asin}\left(\frac{1}{2^3}\right) + \operatorname{acos}\left(\frac{1}{2^3}\right) = 1.570796$$



## 4. Probleme rezolvate

Calcularea expresiei 1:

Prima metodă: program de calcul cu editorul Matlab,

```

1 - (sin(3) + sin(4) + sin(5)) / (cos(3) + cos(4) + cos(5))
    
```

După execuția programului (comanda *Debug-Run*) se obține:

```

MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
a\Texte\CURSUL
Shortcuts How to Add What's New GUIDE
Command Window
ans =
1.15782128234958
>>
Command Window Help
    
```

A 2-a metodă: scriind instrucțiunea direct în fereastra de comandă

```

MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
a\Texte\CURSURI\CURS_Aplicatii\MICURS...
Shortcuts How to Add What's New
Command Window
>> (sin(3) + sin(4) + sin(5)) / (cos(3) + cos(4) + cos(5))
ans =
1.15782128234958
Command Window Help
    
```





## 5. Probleme propuse

$$1) \quad \log(81) + \log(12) - \log\left(2^{\sin(18)}\right) - \log\left(2^{\sin(12)}\right) = 3.37526$$

$$2) \quad \frac{\log(5!) + e^{3!}}{\sqrt[3]{2!} + e\sqrt{20}} = 4.566355$$

$$3) \quad \log\left(\frac{1}{2002}\right) \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{5}\right) + \log\left(\frac{1}{2001}\right) \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{5}\right) = -4.16002$$

$$4) \quad A := \sin(1) + \sin(2) - \sin(3) + \sin(4) - \sin(5)$$

$$B := (\cos(1) + \cos(2) - \cos(3) + \cos(4)) - \cos(5)$$

$$C := \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$D := \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

Pentru variabilele notate A, B, C, D să se calculeze expresiile:

$$\min(A^2, B^2, C^2, D^2) + \max(A^2, B^2, C^2, D^2) = 8.338057$$

$$\min(A, B, C, D) + \max(A, B, C, D) = 3.058991$$